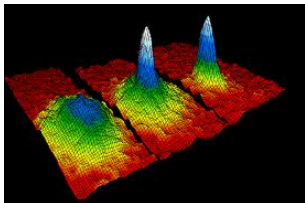




Numeričko proučavanje kvantnih gasova na niskim temperaturama*

Ivana Vidanović

Laboratorija za primenu računara u nauci
Institut za fiziku Beograd



*Finansijska podrška: Ministarstvo za prosvetu i nauku
(ON171017, NAD-BEC) i DAAD - German Academic and
Exchange Service (NAD-BEC)



Sadržaj

- Uvod
 - Boze-Ajnštajn kondenzacija
 - Hladni kvantni gasovi
- Termodinamika idealnog rotirajućeg Boze-Ajnštajn kondenzata
 - Motivacija
 - Metod - egzaktna dijagonalizacija evolucionog operatora
 - Glavni rezultati
- Opis slabo interagujućeg Boze-Ajnštajn kondenzata
 - Aproksimacija srednjeg polja (Gros-Pitaevski jednačina)
- Nelinearna dinamika Boze-Ajnštajn kondenzata
 - Kolektivne mode Boze-Ajnštajn kondenzata
 - Eksitacija moda modulacijom interakcije
 - Nelinearni dinamički režim
- Zaključak

Kvantna statistika

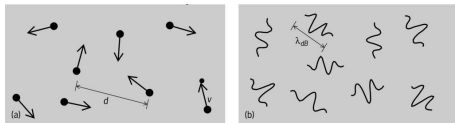
Osnove kvantne mehanike:

- Talasno-čestična priroda materije (Šredingerova jednačina)
- Nerazličivost čestica - bozoni/fermioni

$$\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2\beta/M}$$

$$\beta = 1/k_B T$$

n - gustina čestica



Kvantna statistika dolazi do izražaja ako važi: $\lambda_{dB} \sim n^{-1/3}$

- Fermi-Dirak raspodela $\bar{n}(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}$ za fermione
- Boze-Ajnštajn raspodela $\bar{n}(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} - 1}$ za bozone



Boze-Ajnštajn kondenzacija (1)



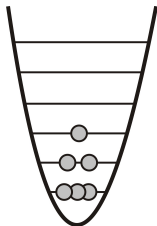
- Boze-Ajnštajn raspodela je uvedena 1924. radi potpunog objašnjenja Plankovog zakona zračenja crnog tela

- U velikom ansamblu $N = N_0 + \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(E_n - \mu)} - 1}}_{\text{termalni atomi}}$

- $T \searrow \Rightarrow \mu \nearrow$, ali $\mu \leq E_0$
- Kada $T \rightarrow 0$, broj termalnih atoma dostiže zasićenje i dolazi do makroskopske naseljenosti osnovnog stanja - **Boze-Ajnštajn kondenzacija**



Boze-Ajnštajn kondenzacija (2)



$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2}M(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$
$$E_{\vec{n}} = \hbar \left[\left(n_x + \frac{1}{2} \right) \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \omega_z \right]$$
$$N_{th} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta(E_n - E_0)} - 1}$$

- Iz uslova $N_{th} = N$ određujemo temperaturu kondenzacije:

$$k_B T_c^0 = \frac{\hbar \bar{\omega}}{\zeta_3^{1/3}} N^{1/3}, \quad \bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$$

- Za $T < T_c^0$, pojavljuje se makroskopska naseljenost osnovnog stanja:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0} \right)^3$$

Boze-Ajnštajn kondenzacija (3)

Razlikovanje kondenzovane i normalne faze:

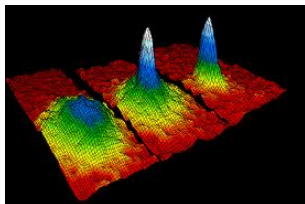
- ravnotežni profil gustina
- ekspanzija gasa po oslobađanju iz zamke



Eksperimentalna realizacija

Direktna eksperimentalna potvrda Boze-Ajnštajn kondenzacije je ostvarena tek 1995. god. Za rezultat je dodeljena Nobelova nagrada za fiziku 2001 (Kornel, Viman & Keterle).

- Atomi alkalnih metala
Rb, Na, Li, K...
- $T \sim 1 \text{ nK}$, $\rho \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
($\lambda_{\text{dB}} \sim n^{-1/3}$)
- Konfinirajući potencijal
(odgovarajuće magnetno ili električno polje)
$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2}M\omega^2(\rho^2 + \lambda^2 z^2)$$
- Lasersko hlađenje, hlađenje isparavanjem
- Tehnike za karakterizaciju sistema





Današnji eksperimenti

- Hladni bozonski atomi, hladni fermionski atomi, hladni molekuli
- Različiti spoljašnji potencijali: harmonijske zamke, optičke rešetke (periodični potencijali)
- Kratkodometna interakcija, dugodometna dipolarna interakcija
- Veoma kontrolabilni kvantni sistemi - moguće je podešavati gustinu čestica, dimenzionalnost, jačinu interakcija
- Motivacija: proučavanje jako korelisanih faza materije
- Glavni rezultati: direktno posmatranje superfluid - Mot izolator prelaza (Habard model), BEC-BCS prelaz, ...

U ovoj tezi ...

... razmatrana su dva specifična fizička režima ostvarena korišćenjem hladnih bozonskih atoma:

- Termodinamičke karakteristike rotirajućeg idealnog bozonskog gasa
[*Phys. Lett. A* **374**, 1539 (2010)]
- Nelinearna dinamika Boze-Ajnštajn kondenzata izazvana periodičnom promenom jačine međuatomske interakcije
[*Phys. Rev. A* **84**, 013618 (2011)]



Rotirajući kondenzat: Motivacija (1)

- Rotacija je jedan od načina da u sistem neutralnih atoma unesemo efektivno magnetno polje

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{rot}} &= \hat{H} - \vec{\Omega} \cdot \hat{\mathcal{L}} \\ &= \frac{1}{2M}(\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2) + \frac{1}{2}M\omega^2(\hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \lambda_z^2\hat{z}^2) - \Omega \vec{e}_z \cdot (\hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}}) \\ &= \frac{1}{2M}(\hat{p}_x + M\Omega\hat{y})^2 + \frac{1}{2M}(\hat{p}_y - M\Omega\hat{x})^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}M(\omega^2 - \Omega^2)(\hat{x}^2 + \hat{y}^2) + \frac{1}{2M}\hat{p}_z^2 + \frac{1}{2}M\lambda_z^2\omega^2\hat{z}^2\end{aligned}$$

- Za brzu rotaciju, $\Omega \rightarrow \omega$, $\vec{B} \equiv 2M\vec{\Omega}$
- Međutim, u zanimljivom graničnom slučaju, atomi više nisu zarobljeni



Rotirajući kondenzat: Motivacija (2)

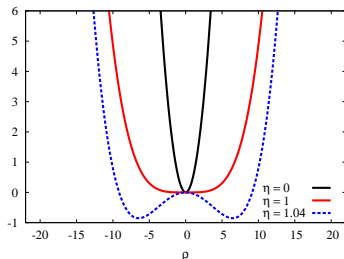
- Uvođenje dodatnog kvartičnog potencijala

$$V_{\text{BEC}} = \frac{M}{2}(\omega^2 - \Omega^2)(x^2 + y^2) + \frac{M}{2}\omega_z^2 z^2 + \frac{\kappa}{4}(x^2 + y^2)^2$$

- Eksperiment:

Phys. Rev. Lett. **92**, 050403 (2004)

- Oblik potencijala zavisi od $\eta = \Omega/\omega$ i κ



- Kako promena spoljašnjeg konfinirajućeg potencijala utiče na svojstva neinteragujućeg Boze-Ajnštajn kondenzata?



Metod (1)

- Određivanje kondenzacione temperature:

$$N = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^{\beta_c(E_n - E_0)} - 1}$$

- Za egzaktan numerički odgovor, potrebno nam je poznavanje čitavog energetskeg spektra
- U tu svrhu smo razvili efikasan numerički metod - egzaktnu dijagonalizacija prostorno diskretizovanog evolucionog operatora
[*Phys. Rev. E* **80**, 066705 (2009), *Phys. Rev. E* **80**, 066706 (2009)]



Metod (2)

- Šredingerova jednačina

$$\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle \iff e^{-t\hat{H}}|\psi\rangle = e^{-tE}|\psi\rangle$$

- Diskretizovan oblik

$$\sum_{m=-N_{\text{cut}}}^{N_{\text{cut}}-1} H_{nm} \langle m\Delta|\psi\rangle = E(\Delta, L) \langle n\Delta|\psi\rangle$$

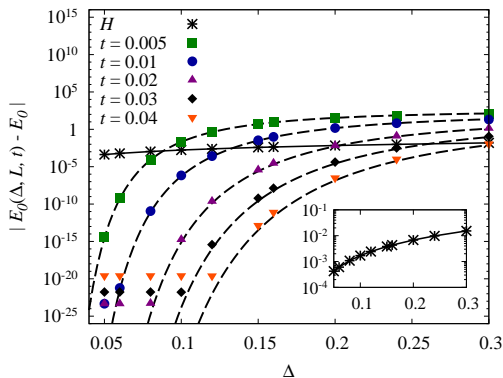
$$\sum_{m=-N_{\text{cut}}}^{N_{\text{cut}}-1} A_{nm}(t) \langle m\Delta|\psi\rangle = e^{-tE(\Delta, L, t)} \langle n\Delta|\psi\rangle$$

- Metod se oslanja na analitičke rezultate za amplitude prelaza za kratka vremena propagacije [*Phys. Rev. Lett.* **94**, 180403 (2005)]
- Diskretizaciona greška $\exp(-2\pi^2 t/\Delta^2)$ pokazuje optimalnije ponašanje od standardne polinomijalne diskretizacione greške



Metod (3)

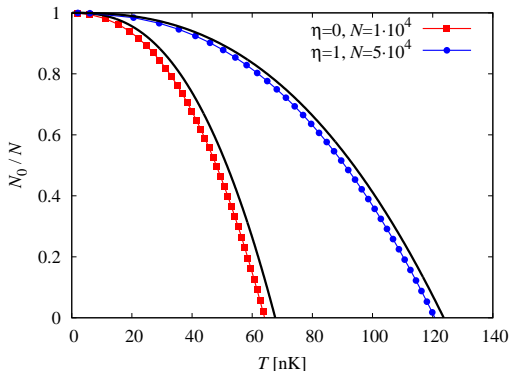
Odstupanje numeričke vrednosti energije osnovnog stanja od egzaktnog rezultata, za anharmonijski potencijal $V(x) = \frac{k_2}{2}x^2 + \frac{k_4}{24}x^4$, u funkciji diskretizacionog koraka Δ . Korišćene vrednosti parametara $L = 6$, $k_2 = 1$, $k_4 = 48$.





Rotirajući kondenzat: Fazni dijagram

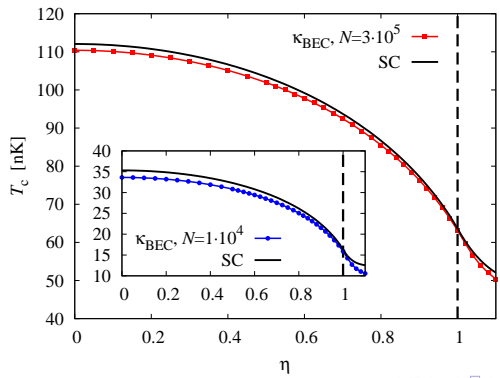
- Udeo kondenzovanih atoma N_0/N u zavisnosti od temperature T za nerotirajući ($\eta = 0$) i rotirajući kondenzat ($\eta = 1$)





Rotirajući kondenzat: Temperatura kondenzacije

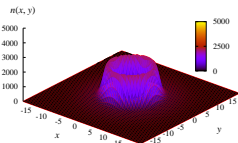
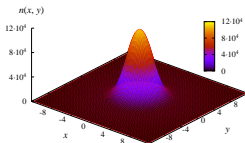
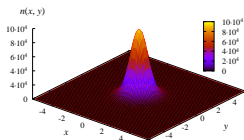
- Temperatura kondenzacije u funkciji frekvencije rotacije za kondenzate od $N = 3 \cdot 10^5$ i $N = 1 \cdot 10^4$ atoma ^{87}Rb , sa kvartičnim anharmonicitetom zamke $\kappa = \kappa_{\text{BEC}}$.





Rotirajući kondenzat: Raspodela atoma

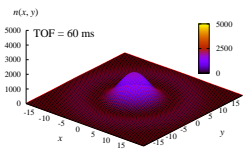
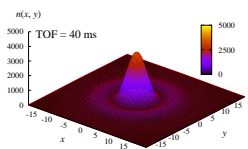
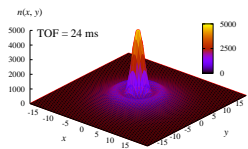
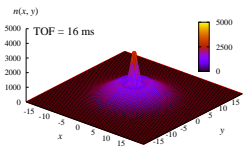
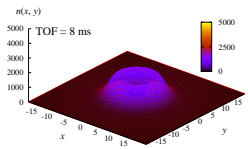
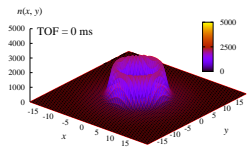
- Ravnotežna raspodela atoma za ne-rotirajući ($\eta = 0$), kritično rotirajući ($\eta = 1$), i nadkritično rotirajući ($\eta = 1.04$) kondenzat sačinjen od $N = 3 \cdot 10^5$ atoma ^{87}Rb na temperaturi $T = 30$ nK





Rotirajući kondenzat: Ekspanzija atomskog gasa

- Širenje atomskog gasa po oslobađanju iz potencijalne zamke - slučaj nadkritične rotacije $\eta = 1.04$





Interakcije u kondenzatu

- Kratkodometne van der Valsove interakcije atoma
- U sistemima retkih, hladnih gasova moguće je opisati interakciju jednim parametrom - dužinom rasejanja a (s -wave scattering length)

$$V_{\text{int}}(\vec{r}, \vec{r}') = g \times \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad g = 4\pi\hbar^2 a/M$$

- Hamiltonijan sistema

$$\hat{H} = \int d\vec{r} \left(-\hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \hat{\psi}(\vec{r}) + V(\vec{r}) \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}) + \frac{g}{2} \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}) \hat{\psi}(\vec{r}) \right)$$

- Tipičan broj atoma u eksperimentu $N \sim 10^4 - 10^6$



Teorija srednjeg polja

- U neinteragujućem bozonskom sistemu, u kondenzovanoj fazi, svi atomi su u istom stanju
- Očekujemo da slabe interakcije ne menjaju sliku suštinski
- Uvodimo talasnu funkciju kondenzata $\langle \hat{\psi}(\vec{r}, t) \rangle = \psi(\vec{r}, t)$
- Za niske temperature i slabe interakcije, $\psi(\vec{r}, t)$ je opisana Gros-Pitaevski jednačinom

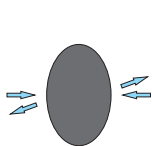
$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + V(\vec{r}) + g|\psi(\vec{r}, t)|^2 \right] \psi(\vec{r}, t)$$

- $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}M\omega^2(\rho^2 + \lambda^2 z^2)$ - harmonijski potencijal
- $g = 4\pi\hbar^2 Na/M$, N - broj atoma u kondenzatu

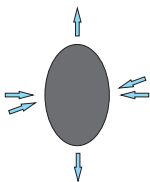


Ekscitacije kondenzata (1)

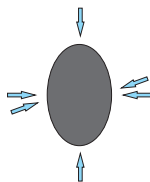
- Ekscitacije karakterišu fazu materije na veoma precizan način
- Bogoljubov je 1947. izveo ekscitacioni spektar homogenog superfluida - kolektivna fononska moda
- Kolektivne ekscitacije hladnog atomskog oblaka: dipolna moda, dišuća moda, kvadrupolne mode



kvadrupolna
moda (1)



kvadrupolna
moda (2)

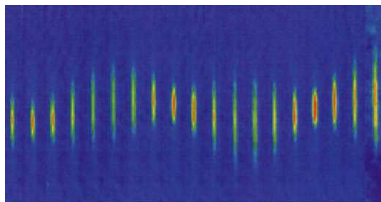


dišuća
moda



Ekscitacije kondenzata (2)

- Standardni eksperimentalni način pobuđivanja kolektivnih moda je modulacijom spoljašnje zamke

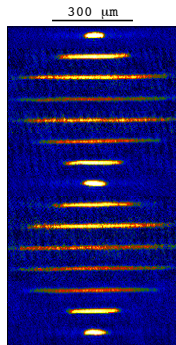


- Rezultat preuzet iz rada [*Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999)]
- Frekvencije kolektivnih moda se mere sa tačnošću od 1%
- Teorijski, kolektivne mode se računaju polazeći od vremenski zavisne Gros-Pitaevski jednačine
- Dobro slaganje eksperimenta i teorije u linearnom režimu



Modulacija interakcije (1)

- Novi način pobuđivanja kolektivnih moda je demonstriran u nedavnom eksperimentalnom radu [*Phys. Rev. A* **81**, 053627 (2010)]
- Razmatran je kondenzat ^7Li u aksijalnoj zamci
- Postignuta je vremenski zavisna modulacija interakcije korišćenjem Fešbah rezonance
- Ekscitovane su kolektivne mode, ali u nelinearnom dinamičkom režimu





Modulacija interakcije (2)

- Dužina rasejanja atoma zavisi od spoljašnjeg magnetnog polja - Fešbah rezonanca
- [*Phys. Rev. Lett.* **102**, 090402 (2009)]

$${}^7\text{Li}: a(B) = a_{\text{BG}} \left(1 + \frac{\Delta_B}{B - B_\infty} \right)$$

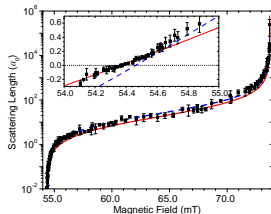
$$a_{\text{BG}} = -24.5 a_0, \quad B_\infty = 73.68 \text{ mT}, \\ \Delta_B = 19.2 \text{ mT}$$

- Modulacija dužine rasejanja magnetnim poljem

$$B(t) = B_{\text{av}} + \delta B \cos \Omega t, \quad a(t) \simeq a_{\text{av}} + \delta a \cos \Omega t$$

$$a_{\text{av}} = a(B_{\text{av}}), \quad \delta a = -\frac{a_{\text{BG}} \Delta_B \delta B}{(B_{\text{av}} - B_\infty)^2}$$

$$B_{\text{av}} = 56.5 \text{ mT}, \quad \delta B = 1.4 \text{ mT}, \quad a_{\text{av}} \sim 3a_0, \quad \delta a \sim 2a_0$$





Gausovska aproksimacija (1)

- U cilju pojednostavljanja računa i dobijanja analitičkog uvida u problem, aproksimiramo gustinu atoma gausijanom
- Za aksijalno simetričnu dinamiku

$$\psi^G(\rho, z, t) = \mathcal{N}(t) \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\rho^2}{u_\rho(t)^2} + i\rho^2 \phi_\rho(t) \right] \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{z^2}{u_z(t)^2} + iz^2 \phi_z(t) \right]$$

- Varijacioni pristup - ekstremizacijom odgovarajućeg dejstva dolazimo do sistema običnih diferencijalnih jednačina koje aproksimairaju Gros-Pitaevski jednačinu
[*Phys. Rev. Lett.* **77**, 5320 (1996)]



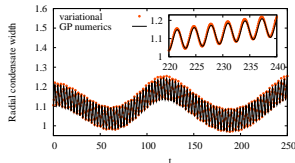
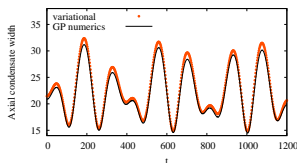
Gausovska aproksimacija (2)

- U bezdimenzionalnom obliku

$$\ddot{u}_\rho(t) + u_\rho(t) - \frac{1}{u_\rho(t)^3} - \frac{p(t)}{u_\rho^3(t)u_z(t)} = 0$$

$$\ddot{u}_z(t) + \lambda^2 u_z(t) - \frac{1}{u_z(t)^3} - \frac{p(t)}{u_\rho^2(t)u_z^2(t)} = 0$$

- $p(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} N \frac{a(t)}{\ell_{\text{HO}}} \Rightarrow p(t) = p + q \cos(\Omega t)$



- Eksperimentalni parametri: $\lambda_z = 0.021$, $p = 15$, $q = 10$, $\Omega = 0.05$



Linearni dinamički režim

- Glavni rezultat dobijen Gausovskom aproksimacijom je analitički izraz za osnovne ekscitacije kondenzata
- Primer - sferno-simetrični kondenzat

$$\ddot{u}(t) + u(t) - \frac{1}{u(t)^3} - \frac{p}{u^4(t)} = 0$$

- Ravnotežna širina

$$u_0 = \frac{1}{u_0^3} + \frac{p}{u_0^4}$$

- Frekvencija dišuće mode

$$u(t) = u_0 + \delta u(t) \Rightarrow \delta \ddot{u} + \omega_0^2 \delta u = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{3}{u_0^4} + \frac{4p}{u_0^5}}$$



Nelinearni režim - motivacija

- Naš cilj je opisivanje kolektivnih moda pobuđenih harmonijskom modulacijom interakcije

$$p(t) \simeq p + q \cos \Omega t$$

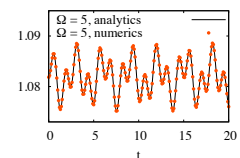
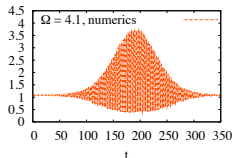
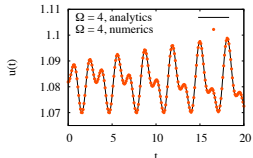
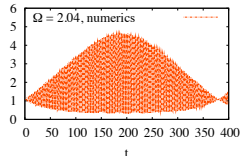
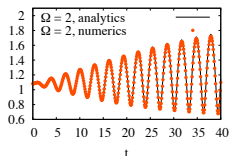
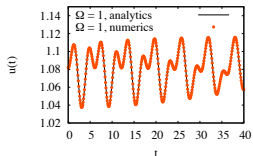
- q - amplituda modulacije, Ω - frekvencija modulacije
- Osnovna jednačina koja opisuje dinamiku je nelinearna
- Kada je Ω blizu neke svojstvene mode kondenzata, očekujemo rezonance - oscilacije velikih amplituda, koje pojačavaju nelinearne efekte



Dinamika kondenzata

$$\ddot{u}(t) + u(t) - \frac{1}{u(t)^3} - \frac{p}{u(t)^4} - \frac{q}{u(t)^4} \cos \Omega t = 0$$

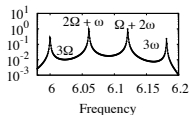
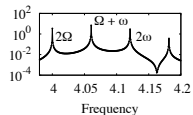
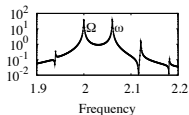
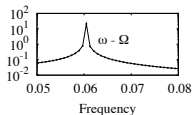
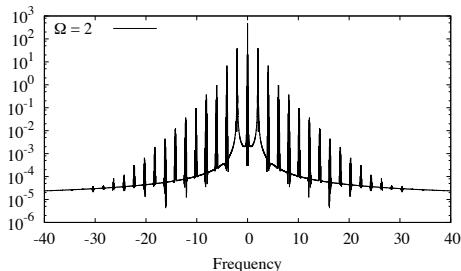
- $p = 0.4, q = 0.1, u(0) = u_0, \dot{u}(0) = 0, \omega_0 = 2.06638 \dots$
- Dinamika zavisi od vrednosti Ω





Ekscitacioni spektri (1)

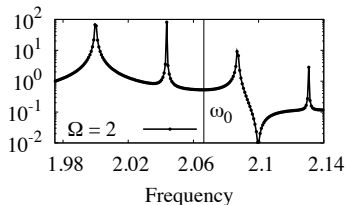
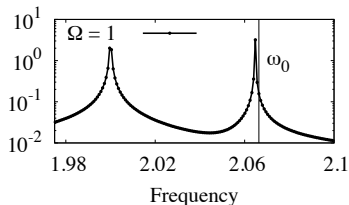
- Ekscitacione spektre dobijamo iz Furijeovog transformata širine $u(t)$, $p = 0.4$, $q = 0.1$ and $\Omega = 2$





Ekscitacioni spektri (2)

- Frekvencija dišuće mode je značajno pomeren u rezonantnoj oblasti





Analički perturbativni pristup (1)

- U linearnom režimu, nalazimo frekvenciju oscilacija ω_0 oko ravnotežne širine u_0 :

$$u_0 - \frac{1}{u_0^3} - \frac{p}{u_0^4} = 0, \quad \omega_0 = \sqrt{1 + \frac{3}{u_0^4} + \frac{4p}{u_0^5}}$$

- U cilju računanja kolektivne mode do viših redova po q , najpre uvodimo smenu $s = \omega t$:

$$\omega^2 \ddot{u}(s) + u(s) - \frac{1}{u(s)^3} - \frac{p}{u(s)^4} - \frac{q}{u(s)^4} \cos \frac{\Omega s}{\omega} = 0$$

- Koristimo perturbativne razvoje po amplitudi q :

$$\begin{aligned} u(s) &= u_0 + q u_1(s) + q^2 u_2(s) + q^3 u_3(s) + \dots \\ \omega &= \omega_0 + q \omega_1 + q^2 \omega_2 + q^3 \omega_3 + \dots \end{aligned}$$



Analički perturbativni pristup (2)

- Perturbativni razvoj nam daje hijerarhijski sistem linearnih jednačina:

$$\omega_0^2 \ddot{u}_1(s) + \omega_0^2 u_1(s) = \frac{1}{u_0^4} \cos \frac{\Omega s}{\omega}$$

$$\omega_0^2 \ddot{u}_2(s) + \omega_0^2 u_2(s) = -2\omega_0 \omega_1 \ddot{u}_1(s) - \frac{4}{u_0^5} u_1(s) \cos \frac{\Omega s}{\omega} + \alpha u_1(s)^2$$

$$\begin{aligned} \omega_0^2 \ddot{u}_3(s) + \omega_0^2 u_3(s) = & -2\omega_0 \omega_2 \ddot{u}_1(s) - 2\beta u_1(s)^3 + 2\alpha u_1(s)u_2(s) - \omega_1^2 \ddot{u}_1(s) \\ & + \frac{10}{u_0^6} u_1(s)^2 \cos \frac{\Omega s}{\omega} - \frac{4}{u_0^5} u_2(s) \cos \frac{\Omega s}{\omega} - 2\omega_0 \omega_1 \ddot{u}_2(s) \end{aligned}$$

gde je $\alpha = 10p/u_0^6 + 6/u_0^5$, $\beta = 10p/u_0^7 + 5/u_0^6$.

- Pomeraje frekvencije, ω_1 i ω_2 , određujemo iz uslova skraćivanja sekularnih članova - Poenkare-Lindštet metod



Analički perturbativni pristup (3)

- Objašnjenje sekularnog člana

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) + C \cos \omega t = 0$$

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t - \underbrace{\frac{C}{2\omega} t \sin \omega t}_{\text{deo linearan po } t}$$

- Radi regularnog ponašanja perturbativnog razvoja, namećemo skraćivanje sekularnog člana, podešavanjem vrednosti ω_1 and ω_2
- Drugi način razumevanja sekularnih članova

$$u(t) = A \cos \omega t + A_1 t \sin \omega t \approx A \cos \omega t \cos \Delta \omega t + \frac{A_1}{\Delta \omega} \sin \Delta \omega t \sin \omega t$$

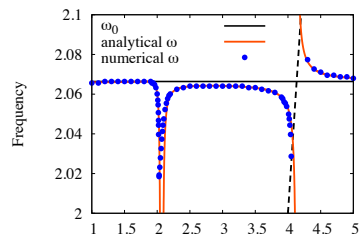
$$u(t) \approx A \cos[(\omega - \Delta \omega)t] \Rightarrow \Delta \omega = A_1/A$$



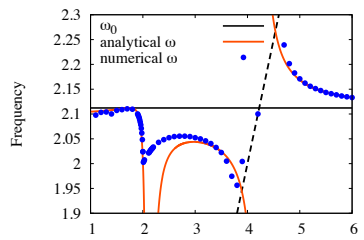
Rezultati (1)

- Frekvencija pobuđene dišuće mode zavisi od Ω
- Rezultat u drugom redu perturbativne teorije

$$\omega = \omega_0 + q^2 \frac{P(\Omega)}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 (\Omega^2 - 4\omega_0^2)} + \dots$$



$p = 0.4, \quad q = 0.1$

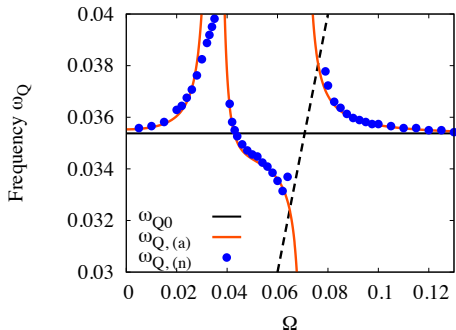


$p = 1, \quad q = 0.8$



Rezultati (2)

- Eksperimentalni parametri: $p = 15$, $q = 10$, $\lambda = 0.021$,
 $\omega_{Q0} = 2\pi \times 8.2$ Hz, $\omega_{B0} = 2\pi \times 462$ Hz
- $\omega_B \gg \omega_Q$, $\Omega \in (0, 3\omega_Q)$,
velika amplituda
modulacije
- Jaka ekscitacija
kvadrupolne mode
- Primetna ekscitacija
dišuće mode
- Pomeraji u frekvenciji
kvadrupolne mode usled
nelinearnih efekata od oko
10%



Zaključak (1)

- Motivisani eksperimentalnim istraživanjem rotirajućih hladnih gasova, proučavali smo kako modifikacija spoljašnjeg potencijala utiče na svojstva Boze-Ajnštajn kondenzata
- Ispitivali smo osobine faznog dijagrama i našli da temperatura kondenzacije opada sa porastom rotacione frekvencije
- Izračunali smo profile gustina kondenzata i termalnog oblaka na različitim temperaturama i simulirali širenje hladnog bozonskog gasa po oslobađanju iz potencijalne zamke
- Za velike ugaone brzine rotacije, identifikovali smo nestandardni dinamički režim širenja atomskog oblaka po oslobađanju iz zamke

Zaključak (2)

- Inspirisani eksperimentalnim rezultatima, proučavali smo nelinearnu dinamiku Boze-Ajnštajn kondenzata izazvanu harmonijskom modulacijom interakcije
- U proučavanju smo koristili analitički perturbativni metod, numeričke simulacije zasnovane na Gausovskoj aproksimaciji, kao i numeričke simulacije Gros-Pitaevski jednačine
- Predstavili smo relevantne ekscitacione spektre, identifikovali smo i objasnili nelinearne karakteristike: sprezanje moda, prisustvo viših harmonika i primetne pomeraje u frekvencijama kolektivnih moda
- Predstavljani rezultati su relevantni za buduće eksperimente u kojima će biti proučavan dinamički odgovor smeše hladnih atoma na harmonijsku modulaciju interakcije

Radovi na kojima je bazirana teza

- I. Vidanović, A. Balaž, H. Al-Jibbouri, and A. Pelster,
Nonlinear Bose-Einstein-condensate Dynamics Induced by a Harmonic Modulation of the s -wave Scattering Length,
Phys. Rev. A **84**, 013618 (2011)
- A. Balaž, I. Vidanović, A. Bogojević, and A. Pelster,
Ultra-fast converging path-integral approach for rotating ideal Bose-Einstein condensates,
Phys. Lett. A **374**, 1539 (2010)
- I. Vidanović, A. Bogojević, A. Balaž, and A. Belić,
Properties of Quantum Systems Via Diagonalization of Transition Amplitudes. II. Systematic Improvements of Short-time Propagation,
Phys. Rev. E **80**, 066706 (2009)
- I. Vidanović, A. Bogojević, and A. Belić,
Properties of Quantum Systems Via Diagonalization of Transition Amplitudes. I. Discretization Effects,
Phys. Rev. E **80**, 066705 (2009)